

# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

## ESCUELA SUPERIOR DE FÍSICA Y MATEMÁTICAS

### EXAMEN GUÍA DE MATEMÁTICAS

(LÍNEA DE MATERIALES)

1. Hallar el tripe producto vectorial  $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c}$  y  $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$  de:

$$\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 5\mathbf{j} - \mathbf{k}$$

$$\mathbf{b} = 2\mathbf{i} - 5\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$$

$$\mathbf{c} = 3\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$$

2. Lleve a cabo la multiplicación matricial de **A** y **B** con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -1 & 3 \\ 2 & -2 & 6 & 3 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

3. Diga usted cuál es el significado geométrico de la derivada de una función.
4. Escriba usted las ecuaciones de transformación de coordenadas rectangulares a coordenadas cilíndricas.
5. ¿Puede usted resolver el siguiente sistema de ecuaciones? Explique su respuesta

$$2X + 3Y + 4Z = 1$$

$$8X - 4Y - Z = 5$$

$$6X - 7Y - 5Z = 4$$

6. Por cualquier método halle la solución de la ecuación diferencial

$$y'' - 5y' = x$$

Sugerencia: intente reducir el orden de la ecuación diferencial.

7. Sean  $\mathbf{r}$  y  $\mathbf{x}$  dos vectores tales que  $r \gg x$ , expanda la función

$$\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{x}|}$$

en serie de potencias y haga una aproximación de acuerdo con la condición dada.

Sugerencia: Recuerde que  $1/x = x^{-1}$  y exprese la magnitud del vector diferencial como la raíz cuadrada de su producto escalar.

8. Calcule la transformada de Laplace de la función  $e^{-5x}$ .

9. Sea la función  $f(r)$ , donde  $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$ . Evalúe la parte imaginaria de la transformada de Fourier de esta función. Recuerde que en este caso la transformada de Fourier está dada por

$$F(\mathbf{t}) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-i\mathbf{t}\cdot\mathbf{r}} f(r) d\mathbf{r}$$

Donde  $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$  es la diferencial de volumen.

Sugerencia: Exprese a  $\mathbf{t}$  como un vector a lo largo del eje Z, haga  $\mathbf{t}\cdot\mathbf{r} = tr\cos\theta$  con  $\theta$  el ángulo entre  $\mathbf{t}$  y  $\mathbf{r}$ , y lleve a cabo la integral en coordenadas esféricas, es decir, haga

$$d\mathbf{r} = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$$

e integre en  $\phi$  y luego en  $\theta$ , recordando que la función sólo depende de la magnitud del vector  $\mathbf{r}$ .

10. En una medición de algún material u objeto que tipo de errores de medición están presentes. Explique.