ESCUELA SUPERIOR DE FISICA Y MATEMATICAS
EXAMEN DE ADMISION A LA MAESTRIA EN CIENCIAS FISICO-MATEMATICAS
NOVIEMBRE 2013

1. (a) Describa el significado físico de la función de onda; (b) Explique porque una función de onda deba ser una "función bien comportada"; (c) ¿Qué significa que una función este normalizada y que sea ortogonal a otra?; (d) ¿Qué se entiende por variable dinámica y por valor de expectación de una variable dinámica?

2. La función de onda de una particular que se mueve en una región donde no hay potencial está dada por: $\psi(x) = \mathrm{A} \cos \mathrm{k}\, \mathrm{x}$, donde k y A son constantes reales. Diga justificando si esta función es eigenfunción de los operadores $\widehat{H}$, $\widehat{p_x}$, $\widehat{p_x^2}$. Si lo son, proporciones los eigenvalores correspondientes.

3. Diga cuál de las siguientes matrices es hermitiana y explique porque lo es:
(a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; (b) $\begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}$; (c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -i & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

4. Demuestre la siguiente propiedad de los conmutadores entre los operadores $\hat{A}$, $\hat{B}$ y $\hat{C}$:
$$[\hat{A}\hat{B}, \hat{C}] = \hat{A}[\hat{B}, \hat{C}] + [\hat{A}, \hat{C}]\hat{B}$$

5. El modelo más simple del potencial que actúa sobre un electrón confinado dentro de un metal es la función escalón:
$$V(x) = \begin{cases} -V_0;\ para\ x < 0\ dentro\ del\ metal \\ \ \ 0;\ para\ x > 0\ fuera\ del\ metal \end{cases}$$
Para un electrón de momento p_0 que se acerca a la superficie en x = 0 desde el interior del metal, calcule la probabilidad de que pueda escapar.

ESCUELA SUPERIOR DE FISICA Y MATEMATICAS
EXAMEN DE ADMISION A LA MAESTRIA EN CIENCIAS FISICO-MATEMATICAS
MECANICA CUANTICA
ABRIL 2013

1. Mencione dos experimentos o situaciones en donde se pone en evidencia el comportamiento dual onda-partícula de la materia. Explique cómo es que se da la dualidad en cada caso.

2. Una partícula está confinada en la región $0 \leq x \leq a$ y tiene la función de onda $\psi(x) = Nx(a-x)$ donde N es una constante; (a) Normalice la función y encuentre el valor esperado de la posición de la partícula; (b) Calcule el valor esperado del momento de la partícula.

3. (a) ¿Cuándo se dice que un operador es hermitiano?; (b) Los operadores de posición $\hat{\boldsymbol{x}}$ y de momento $\hat{\boldsymbol{p}}$ de un sistema unidimensional, ¿son hermitianos?; (c) El operador producto $\hat{\boldsymbol{x}}\hat{\boldsymbol{p}}$, ¿es hermitiano?

4. Si $\psi_E(x)$ es solución de la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo
$$\mathcal{H}\psi_E = E\psi_E$$
¿cuál es entonces la solución general $\psi(x,t)$ de la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo?
$$\mathcal{H}\psi(x,t) = -\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t}$$
Justifique lo más posible todos sus argumentos.

5. (a) Dibuje esquemáticamente el potencial que describe a una partícula de masa m sujeta a la fuerza de gravedad orientada a lo largo del eje Z. Suponga que la partícula solo se mueve en la dirección Z, que la fuerza de gravedad es constante y que el piso está ubicado en z=0 (obviamente es imposible que la partícula pueda estar debajo del piso); (b) Escriba la ecuación de Schrödinger que describe el movimiento de la partícula e indique las condiciones de frontera que debe cumplir la función de onda.

ESCUELA SUPERIOR DE FISICA Y MATEMATICAS
EXAMEN DE ADMISION A LA MAESTRIA EN CIENCIAS FISICO-MATEMATICAS
LINEA DE FISICA DEL ESTADO SOLIDO **ABRIL 2014**

1. Mencione dos experimentos o situaciones en donde se pone en evidencia el comportamiento dual onda-partícula de la materia. Explique cómo es que se da la dualidad en cada caso.

2 Muestre que la longitud de onda de un electrón acelerado a través de una diferencia de potencial V está dado por la ecuación: $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}} = \frac{12.3}{\sqrt{V}}\ en\ \text{Å}\ si\ V\ en\ volts$

3. Considere una partícula no-relativista de masa m en una dimensión, confinada dentro de un potencial que es cero en $-a \leq x \leq a$ y se vuelve infinito en $x = \pm a$. Suponga que la partícula está en un estado en el que la función de onda es proporcional a $a^2 - x^2$. Si se mide la energía de la partícula, ¿Cuál sería la probabilidad de que la partícula se encuentre en su estado de menor energía?

4. (a) Muestre si un operador representado por la matriz $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ es hermitiano o no. (b) ¿Cuáles son sus eigenvalores (ó valores propios) y cuáles son sus eigenvectores? (c) ¿Forman estos últimos un conjunto completo? (d) Conteste las mismas preguntas para la matriz $\begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$.

5. Si $\psi_E(x)$ es solución de la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo
$$\mathcal{H}\psi_E = E\psi_E$$
¿cuál es entonces la solución general $\psi(x,t)$ de la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo?
$$\mathcal{H}\psi(x,t) = -\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t}$$
Justifique lo más posible todos sus argumentos.